C_2 : par contre s'il cède et fume un jour alors la probabilité qu'il fume le lendemain est égale 0.7.
On note F_n l'événement « l'individu fume le $n^{ème}$ jour » et p_n la probabilité de l'événement F_n.
1. A l'aide d'un arbre de choix, déterminer les probabilités des événements
(F_{n+1}/F_n), $(\overline{F_{n+1}}/F_n)$, $(F_{n+1}/\overline{F_n})$ et $(\overline{F_{n+1}}/\overline{F_n})$.
2. En déduire que pour tout entier $n \geq 1$,
$p_{n+1} = 0.5\, p_n + 0.2$
3. Soit (a_n) la suite définie par
$a_n = p_n - 0.4$, $n \geq 1$.
a. Montrer que (a_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et la limite.
b. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$. Interpréter.

12 Des personnes P_1, P_2,...,P_n,... se transmettent une information dans cet ordre. Chaque personne transmet l'information de manière fidèle avec une probabilité égale à 0.9 ou la change en son contraire avec une probabilité égale à 0.1.
On suppose que la première personne possède l'information non déformée.
Pour tout $n \geq 1$, on note A_n l'événement « la $n^{ème}$ personne possède l'information non déformée » et p_n sa probabilité.
1. Calculer p_1 et p_2.
2. Utiliser un arbre pour calculer p_3.
3. Montrer que pour tout $n \geq 1$, $p_{n+1} = 0.8p_n + 0.1$
4. a. Soit (q_n) la suite définie par $q_n = p_n - \frac{1}{2}$, $n \geq 1$.
Montrer que (q_n) est une suite géométrique.
b. Exprimer alors p_n en fonction de n.
5. Quelle est la probabilité que la $20^{ème}$ personne possède l'information non déformée ?
6. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$.

13 Un dé cubique a trois faces portant le numéro 1, deux faces portant le numéro 2 et une face portant le numéro 3.
On lance le dé deux fois et on désigne par X la variable aléatoire qui donne la somme des nombres obtenus.
1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
3. Déterminer la fonction de répartition F de X et tracer sa courbe.

14 Un sac contient 10 jetons dont quatre sont rouges et six sont blancs.
On extrait les jetons un à un sans remise.
Soit X la variable aléatoire égale au rang d'apparition du premier jeton rouge.
Trouver la loi de X, son espérance et sa variance.

15 On lance deux dés identiques bien équilibrés.
On note X la variable aléatoire égale au plus grand des nombres obtenus et Y la variable aléatoire égale au plus petit des nombres obtenus.
1. Déterminer les lois de X et Y.
2. Calculer l'espérance de X et celle de Y, ainsi que leurs variances.

16 On jette 20 fois une pièce de monnaie.
1. Déterminer le nombre moyen de faces obtenus.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre de faces égal à 10.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre de faces compris entre 9 et 11.
4. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre de faces compris entre 8 et 12.
5. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre de faces compris entre 7 et 13.

17 Dans une production d'ampoules, la probabilité qu'une ampoule soit défectueuse est égale à 0.1.
Dans un lot de 400 ampoules, déterminer la moyenne et l'écart type de la distribution des pièces défectueuses.

18 On dispose de trois tétraèdres parfaitement équilibrés.
Chacun d'eux a une face peinte en bleu, une face peinte en jaune et deux faces peintes en rouge.
On lance simultanément les trois tétraèdres.
1. Quelle est la probabilité qu'aucune face rouge ne soit visible ?
2. Quelle est la probabilité qu'aucune face bleue ne soit visible ?
3. Soit A l'événement « les six faces rouges sont visibles.» Calculer $p(A)$.
4. On répète n fois l'expérience qui consiste à lancer les trois tétraèdres.